

ĐỀ THI HSG LỚP 8 –
Trường NGÔ QUYỀN (2015-2016)
Thời gian: 90 phút
(NGÀY THI: sáng thứ 2, ngày 11/01/2016)

Bài 1: (4 điểm) Tìm x, biết:

a) $16x^2 - 24x + 9 = 49x^2$

b) $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$

Bài 2: (4 điểm) Cho $A = \frac{3}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} - \frac{2x - 4}{x - 5}$

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức và rút gọn biểu thức A.

b) Tìm $x \in \mathbf{Z}$ để $A \in \mathbf{Z}$.

Bài 3: (4 điểm)

a) Phân tích đa thức thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2}$.

c) Tính: $B = 345645^2 - 345645.64264 + 32132^2$.

Bài 4: (6 điểm) Cho hình chữ nhật $AB > AD$. Vẽ $DH \perp AC$ tại H, E đối xứng với D qua H.

a) Chứng minh tứ giác AEBC là hình thang cân.

b) Cho $AD = 18\text{cm}$, $AB = 24\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác AEBC.

c) Trên tia đối của của tia DE lấy điểm F sao cho $DF = AC$. Chứng minh: BF là tia phân giác của $\angle ABC$.

Bài 5: (2 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn có BE và CF là hai đường phân giác. Biết điểm đối xứng của E qua CF cũng là điểm đối xứng của F qua BE. Tính $\angle BAC$.

❁ ❁ **HẾT** ❁ ❁

ĐỀ THI HSG LỚP 8 –
Trường NGÔ QUYỀN (2015-2016)
HƯỚNG DẪN

Bài 1:(4 điểm) Tìm x, biết:

a) $16x^2 - 24x + 9 = 49x^2$

$$(4x - 3)^2 - (7x)^2 = 0$$

$$(4x - 3 - 7x)(4x - 3 + 7x) = 0$$

$$(-3x - 3)(11x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -3x - 3 = 0 \text{ hay } 11x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ hay } x = \frac{3}{11}$$

b) $\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$$

Điều kiện: $x \neq -4; x \neq -5; x \neq -6; x \neq -7$

Với điều kiện trên phương trình trở thành:

$$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{18(x+7) - 18(x+4)}{18(x+4)(x+7)} = \frac{(x+4)(x+7)}{18(x+4)(x+7)}$$

$$\Rightarrow 18x + 126 - 18x - 72 = x^2 + 7x + 4x + 28$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 11x - 26 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+13) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (nhận) hay } x = -13 \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \{2; -13\}$$

Bài 2:(4 điểm) Cho $A = \frac{3}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} - \frac{2x-4}{x-5}$

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức và rút gọn biểu thức A.

$$A = \frac{3}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{(x-2)(x-5)} - \frac{2x-4}{x-5}$$

Điều kiện: $x \neq 2; x \neq 5$

Với điều kiện trên, biểu thức trở thành:

$$A = \frac{3(x-5) + x^2 - x - 2 - (x-2)(2x-4)}{(x-2)(x-5)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{3x - 15 + x^2 - x - 2 - 2x^2 + 4x + 4x - 8}{(x-2)(x-5)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-x^2 + 10x - 25}{(x-2)(x-5)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-(x-5)^2}{(x-2)(x-5)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-(x-5)}{x-2}$$

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $A = \frac{-(x-5)}{x-2} = \frac{-(x-2)+3}{x-2} = -1 + \frac{3}{x-2}$

Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $3:(x-2) \Leftrightarrow (x-2) \in U(3) \Leftrightarrow (x-2) \in \{1; -1; 3; -3\} \Leftrightarrow x \in \{3; 1; 5; -1\}$

Mà $x \neq 2; x \neq 5$ nên $x \in \{3; 1; -1\}$

Vậy $x \in \{3; 1; -1\}$ thì $A \in \mathbb{Z}$.

Bài 3:(4 điểm)

a) Phân tích đa thức thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$$= (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b) - 3abc$$

$$= (a+b+c)^3 - 3(a+b)c(a+b+c) - 3ab(a+b+c)$$

$$= (a+b+c) \left[(a+b+c)^2 - 3(a+b)c - 3ab \right]$$

$$= (a+b+c) (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca - 3ac - 3bc - 3ab)$$

$$= (a+b+c) (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $M = \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2}$.

Điều kiện: $x \neq 0$

$$M = \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2} = 1 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} = 2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{2} \right) = 2 \left[\left(\frac{1}{x} - 1 \right)^2 - \frac{1}{2} \right] = 2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right)^2 - 1$$

Ta có: $2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right)^2 - 1 \geq -1 \Leftrightarrow M \geq -1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức M là -1. Dấu “=” xảy ra khi $\frac{1}{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

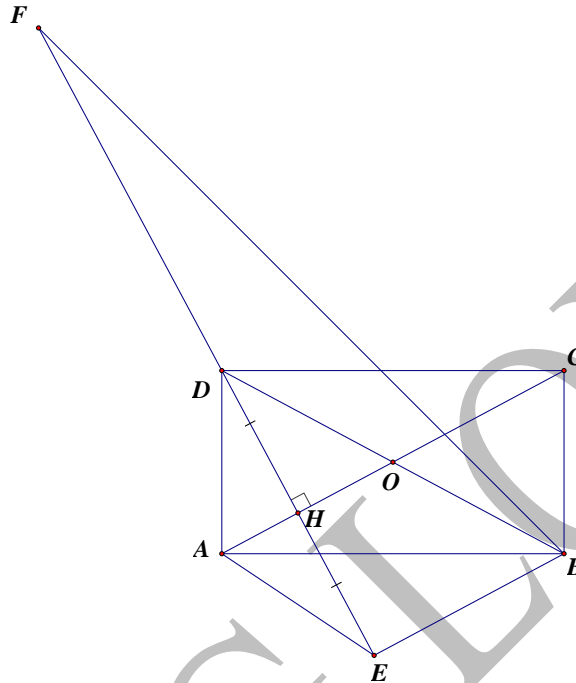
c) Tính: $B = 345645^2 - 345645.64264 + 32132^2$.

$$B = 345645^2 - 2.345645.32132 + 32132^2$$

$$B = (345645 - 32132)^2$$

$$B = 313513^2$$

Bài 4:(6 điểm) Cho hình chữ nhật $AB > AD$. Vẽ $DH \perp AC$ tại H , E đối xứng với D qua H .



a) Chứng minh tứ giác AEBC là hình thang cân.

Gọi O là giao điểm của AC và BD của hình chữ nhật $ABCD$.

$\Rightarrow O$ là trung điểm của AC và BD .

Để thấy OH là đường trung bình của $\triangle ABC \Rightarrow OH \parallel BE \Rightarrow AC \parallel BE$

\Rightarrow tứ giác $AEBC$ là hình thang. Mà $CE = AB (=CD)$ nên $AEBC$ là hình thang cân.

b) Cho $AD = 18\text{cm}$, $AB = 24\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác AEBC.

Ta có: $BD^2 = AD^2 + AB^2$ (định lí Pitago trong $\triangle ABD$ vuông tại A)

$\Rightarrow BD^2 = 18^2 + 24^2 \Rightarrow BD = 30(\text{cm})$ mà $BD = AC$ nên $AC = 30(\text{cm})$.

Ta có: $DH.AC = DA.DC (= 2S_{DAC}) \Rightarrow DH.30 = 18.24 \Rightarrow DH = \frac{72}{5}(\text{cm})$

$$\text{Mà } \begin{cases} EH = DH(\dots) \\ DE = 2.DH(\dots) \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} EH = \frac{72}{5}(\text{cm}) \\ DE = 2 \cdot \frac{72}{5} = \frac{144}{5}(\text{cm}) \end{cases}$$

Ta có: $BE^2 + DE^2 = BD^2$ (định lí Pitago trong $\triangle EBD$ vuông tại E)

$$\Rightarrow BE^2 + \left(\frac{144}{5}\right)^2 = 30^2 \Rightarrow BE = \frac{42}{5}(\text{cm})$$

$$\text{Vì tứ giác AEBC là hình thang nên } S_{AEBC} = \frac{1}{2}EH(BE + AC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{72}{5} \left(\frac{42}{5} + 30\right) = \frac{6912}{25}(\text{cm}^2)$$

c) Trên tia đối của của tia DE lấy điểm F sao cho $DF = AC$. Chứng minh: BF là tia phân giác của $\angle ABC$.

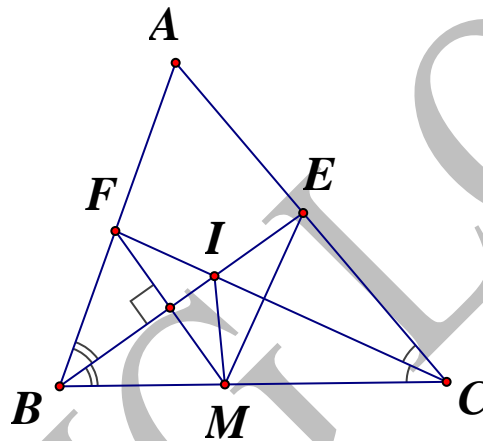
Ta có: $\begin{cases} DF = AC \text{ (gt)} \\ DB = AC \text{ (...)} \end{cases} \Rightarrow DF = DB \Rightarrow \triangle DFB \text{ cân tại D.}$

Ta dễ chứng minh được: $\begin{cases} \angle HDO = 2\angle DBF \\ \angle HOD = 2\angle OBA \end{cases} \Rightarrow \angle HDO + \angle HOD = 2(\angle DBF + \angle OBA)$

$\Rightarrow \angle HDO + \angle HOD = 2\angle ABF$; Mà $\angle HDO + \angle HOD = 90^\circ$ ($\triangle HDO$ vuông tại H)

Nên $2\angle ABF = 90^\circ \Rightarrow \angle ABF = 45^\circ \dots \Rightarrow BF$ là tia phân giác của $\angle ABC$.

Bài 5:(2 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn có BE và CF là hai đường phân giác. Biết điểm đối xứng của E qua CF cũng là điểm đối xứng của F qua BE. Tính $\angle BAC$.



Gọi I là giao điểm của BE và CF.

Qua F vẽ đường thẳng vuông góc với BE cắt BC tại M.

$\triangle BFM$ có BE vừa là đường cao vừa là đường phân giác. $\Rightarrow \triangle BFM$ cân tại B.

\Rightarrow Đường cao BE cũng là đường trung trực của FM $\Rightarrow M$ đối xứng với F qua BE.

Do đó M cũng là điểm đối xứng của E qua CF (gt).

Ta có:

$$\begin{cases} \angle BIM = \angle BIF \text{ (tính chất đối xứng trục)} \\ \angle BIF = \angle CIE \text{ (đối đỉnh)} \\ \angle CIE = \angle CIM \text{ (tính chất đối xứng trục)} \end{cases} \Rightarrow \angle BIM = \angle BIF = \angle CIM$$

Mà $\angle BIF + \angle CIM + \angle BIM = 180^\circ$ (C, I, F thẳng hàng)

$\Rightarrow \angle BIF = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$. Mặt khác: $\angle BIF = \angle IBC + \angle ICB$ (Góc ngoài $\triangle IBC$)

$\Rightarrow \angle IBC + \angle ICB = 60^\circ \Rightarrow 2\angle IBC + 2\angle ICB = 120^\circ$

$\Rightarrow \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ$ (BE, CF lần lượt là các tia phân giác của $\angle ABC; \angle ACB$)

Mà $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$. Nên $\angle BAC = 60^\circ$

✿ ✿ HẾT ✿ ✿